

PROGRAMA CONCURSULUI INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
„GHEORGHE LAZĂR”
Secțiunea Științele naturii

- Pentru fiecare clasă, în programă sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programelor din clasele anterioare.
- Cunoștințele suplimentare față de programa școlară, marcate cu text înclinat în prezenta programă, pot fi folosite în rezolvarea problemelor.

CLASA A IX-A

ALGEBRĂ

1. Mulțimi și elemente de logică matematică

Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul

unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos, partea întreagă, partea fracționară a unui

număr real; operații cu intervale de numere reale. Propoziție, predicat, cuantificatori. Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și cu relațiile dintre mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate); raționament prin reducere la absurd. Inducția matematică.

2. Șiruri

Modalități de a defini un șir, șiruri mărginite, șiruri monotone. Șiruri particulare: progresii aritmetice, progresii geometrice, formula termenului general în funcție de un termen dat și rație, suma primilor n termeni ai unei progresii. Condiția ca n numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică, pentru $n \geq 3$.

3. Funcții; lecturi grafice

Reper, produs cartezian; funcția; funcții numerice - proprietăți; compunerea funcțiilor.

4. Funcția de gradul I

Definiție; reprezentarea grafică a funcției de gradul întâi, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x)=0$. Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonia și semnul funcției; studiul. Monotoniei, Poziția relativă a două drepte, sisteme de ecuații, sisteme de inecuații de gradul I.

5. Inegalități

Inegalitatea mediilor, inegalitatea lui Cauchy-Buniakowski-Schwartz.

GEOMETRIE

1. Vectori în plan

Vectori, vectori coliniari; operații cu vectori - proprietăți; condiția de coliniaritate, descompunerea după doi vectori dați, necoliniari și nenuli.

2. Coliniaritate, concurență, paralelism - calcul vectorial în geometria plană

Vectorul de poziție al unui punct; teorema lui Thales (condiții de paralelism); concurența medianelor unui triunghi, teorema bisectoarei, vectorul de poziție al centrului cercului înscris într-un triunghi; ortocentrul unui triunghi; relația lui Sylvester, concurența înălțimilor; teorema lui Menelaus, teorema lui Ceva.

CLASA A X-A

ALGEBRĂ

1. Mulțimi de numere

Numere reale: proprietăți ale puterilor cu exponent rațional, irațional și real ale unui număr pozitiv nenul, aproximări raționale pentru numere reale. Radical de ordin n (n natural și $n \geq 2$) dintr-un număr, proprietăți ale radicalilor. Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor, calcule cu logaritmi, operația de logaritmare.

2. Mulțimea \mathbb{C} : Numere complexe sub formă algebrică, conjugatul unui număr complex, operații cu numere complexe. Interpretarea geometrică a operațiilor de adunare și de scăderea numerelor complexe și a înmulțirii acestora cu un număr real.

3. Rezolvarea în \mathbb{C} a ecuației de gradul al doilea cu coeficienți reali. Ecuații bipătrate.

4. Numere complexe sub formă trigonometrică, înmulțirea, ridicarea la putere, rădăcinile de ordin n ale unui număr complex; interpretare geometrică.

5. Ecuații binome.

6. Funcții: funcția putere cu exponent natural, funcția radical, exponențială, logaritmică, creșteri exponențiale și logaritmice; funcții trigonometrice directe și inverse; lectura grafică a proprietăților algebrice ale funcțiilor: monotonie, bijectivitate, inversabilitate, semn, concavitate/convexitate.

7. Injectivitate, surjectivitate, bijectivitate, funcții inversabile; proprietăți grafice, concavitate și convexitate.

8. Ecuații: iraționale, exponențiale, logaritmice, trigonometrice.

9. Convexitate în sensul lui Jensen.

CLASA A XI-A

ALGEBRĂ

1. Matrice: Matrice; operații cu matrice: adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu un scalar, proprietăți.

2. Determinanți: Determinantul unei matrice pătratice de ordin cel mult 4, proprietăți.

3. Aplicații: ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi și coliniaritatea a trei puncte în plan. Teorema lui Cayley-Hamilton.

4. Matrice inversabile din $M_n(\mathbb{C})$, $n=2,3$. Ecuații matriceale.

5. Sisteme de ecuații liniare: Sisteme liniare cu cel mult 4 necunoscute; forma matriceală a unui sistem liniar. Metode de rezolvare a sistemelor liniare: metoda Cramer, metoda Gauss.

ANALIZĂ MATEMATICĂ

1. Dreapta reală: Intervale, mărginire, vecinătăți, dreapta încheiată, simbolurile $+\infty$ și $-\infty$.

2. Limite de funcții: Interpretarea grafică a limitei într-un punct utilizând vecinătăți, limite laterale pentru: funcția de gradul I, funcția de gradul al II-lea, funcția logaritmică, exponențială, funcția putere ($n=2, 3$), funcția radical ($n=2, 3$), funcția raport de două funcții cu grad cel mult

3. Calculul limitelor pentru funcția de gradul I, funcția de gradul al II-lea, funcția logaritmică, exponențială, funcția putere ($n=2, 3$), funcția radical ($n=2, 3$), funcția raport de două funcții cu grad cel mult 2, limitele funcțiilor trigonometrice; cazuri exceptate la calculul limitelor de funcții: $0/0$, ∞/∞ , $0 \cdot \infty$.

4. Asimptotele graficului funcțiilor studiate: verticale, orizontale și oblice.

5. Funcții continue: Continuitatea unei funcții într-un punct al domeniului de definiție, funcții continue, interpretarea grafică a continuității unei funcții, studiul continuității în puncte de pe dreapta reală pentru funcțiile studiate, operații cu funcții continue.

6. **Semnul unei funcții continue** pe un interval de numere reale utilizând consecința proprietății lui Darboux.

7. **Discontinuități** de speța I și II.

CLASA A XII-A

ALGEBRĂ

1. **Lege de compoziție internă**, tabla operației.

2. **Grup**, grupuri numerice, grupuri de matrice, grupuri de permutări, \mathbb{Z}_n .

3. **Morfisme** și izomorfisme de grupuri.

4. **Inele** numerice ($\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$), \mathbb{Z}_n , inele de matrice, inele de funcții reale.

5. **Corp**, corpuri numerice ($\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$), \mathbb{Z}_n , n prim.

6. **Morfisme** și izomorfisme de corpuri.

7. **Inele de polinoame cu coeficienți într-un corp comutativ** ($\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}, \mathbb{Z}_p$, p prim) - Forma algebrică a unui polinom, operații (adunarea, înmulțirea, înmulțirea cu un scalar). Teorema împărțirii cu rest; împărțirea polinoamelor, împărțirea cu $X-a$, schema lui Horner.

8. **Divizibilitatea polinoamelor**, teorema lui Bezout, c.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. al unor polinoame, descompunerea unui polinom în factori ireductibili. Rădăcini ale polinoamelor.

ANALIZĂ MATEMATICĂ

1. **Primitive** (antiderivate) Integrala nedefinită a unei funcții continue, proprietatea de liniaritate a integralei nedefinite.

2. **Primitive uzuale**.

3. **Integrala Riemann** a unei funcții continue cu formula Leibniz–Newton.

4. **Proprietăți** ale integralei definite: liniaritate, monotonie, aditivitate în raport cu intervalul de integrare.

5. **Metode de calcul** ale integralelor definite: integrarea prin părți, integrarea prin schimbarea de variabilă. Calculul integralelor de forma $\int_a^b \frac{P(x)}{Q(x)} dx$, $\text{grad } Q \leq 4$ prin metoda descompunerii în fracții simple.